## EXERCICE N°1 : 30' 4 points

Soit $U$ la suite définie sur $IN$ par $U_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+t}\,dt$ et $U_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\left(t-\frac{1}{2}\right)^n}{(1+t)^{n+1}}\,dt$, $n \geq 1$.

**1°)** Calculer $U_0$.

**2°) a)** Vérifier que pour tout $t \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, $\frac{t-\frac{1}{2}}{(1+t)^2} = \frac{1}{1+t} - \frac{3}{2(1+t)^2}$.

**b)** Calculer alors $U_1$.

**3°) a)** A l'aide d'une intégration par parties, montrer que pour tout $n \geq 1$, $U_{n+1} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{n+1} + U_n$

**b)** Calculer alors $U_2$ et $U_3$.

**4°)** Soit $V$ la suite définie sur $IN^*$ par $V_n = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(t-\frac{1}{2}\right)^n dt$.

**a)** Calculer $V_n$ en fonction de n et déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$.

**b)** Montrer que pour tout $n \geq 1$, $0 \leq U_{2n} \leq V_{2n}$.

**c)** Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_{2n}$.

**d)** En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

## EXERCICE N°2 : 30' 4 points

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre hebdomadaire de visiteurs du site « **takiacademy.com** » au cours des huit premières semaines suivant sa création.

| Rang de la semaine $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de visiteurs $y_i$ | 205 | 252 | 327 | 349 | 412 | 423 | 441 | 472 |

**1°) a)** Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal,

**b)** Déterminer les coordonnées du point moyen $G$ de ce nuage de points, et le placer dans le repère précédent (on arrondira l'ordonnée du point $G$ à l'unité près).

**2°) a)** Déterminer l'équation de la droite de régression de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés.

(**Les coefficients *a* et *b* seront arrondis au centième**)

**b)** Tracer la droite $(D)$ dans le repère précédent.

**c)** En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer le nombre de visiteurs lors de la dixième semaine suivant la création du site.

**3°)** En remarquant que l'augmentation du nombre de visiteurs est plus faible sur les dernières semaines,

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn